

MARCEL KLINGER, ALEXANDER SCHÜLER-MEYER

CAS oder kein CAS, ist das noch die Frage?

Smartphone-basierte Computer-Algebra-Apps brauchen eine geeignete Aufgabenkultur

Lerngruppe: 8-13

Idee: Intelligentes Üben neu entdecken – mit und ohne Apps

Arbeitsblatt:

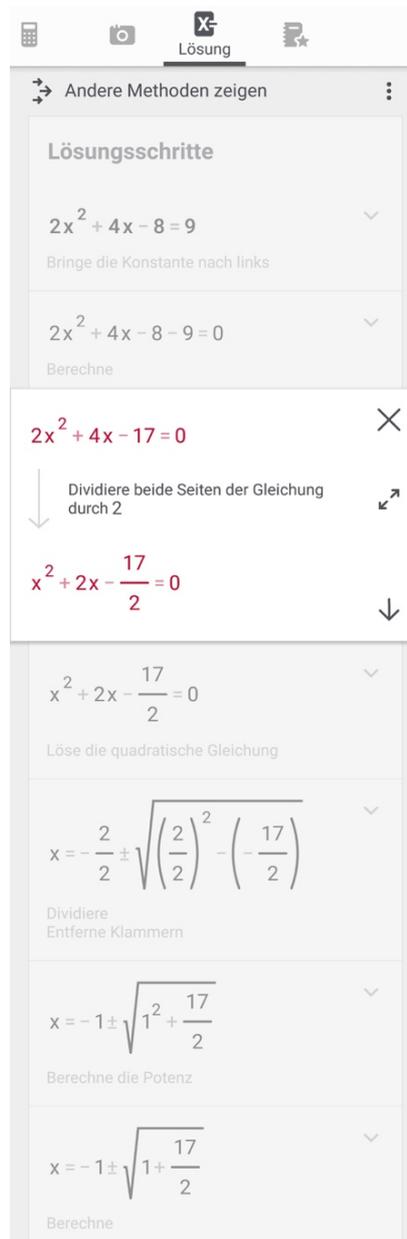
Zeitbedarf:

Die App „Photomath“ könnte leichtfertig als die ultimative „Schummel-App“ für Schülerinnen und Schüler abgetan werden. Mit Photomath können symbolische Ausdrücke – von einfachen algebraischen Gleichungen bis hin zu komplexen Funktionstermen und gebrochen-rationalen Funktionen – gelöst bzw. vereinfacht werden. Für Funktionen zeigt die App meistens zusätzlich eine grafische Darstellung. Mühselig eintippen muss man die Sequenzen aus Variablen und Zahlen zudem auch nicht; es reicht, diese mit der Handkamera abzufotografieren. Photomath zeigt dann im Gegensatz zu klassischen Computer-Algebra-Systemen (CAS) auch den Rechenweg.

Phänomen „Photomath“

Tatsächlich ist Photomath eine der beliebtesten mathematikspezifischen Mobilgeräte-Apps. So kommt sie im deutschsprachigen Google PlayStore auf stolze 50 Millionen Downloads. Die Kritik der Nutzer fällt dabei sehr positiv aus (4,7 von 5 Sternen; Stand 22.12.2018).

Nutzer schätzen vor allem das einfache Abfotografieren und die entsprechende Angabe des Rechenwegs. Hierbei liefert das Programm auch kleine Erläuterungstexte, einzelne



Schritte lassen sich zudem durch Auffalten der Rechnung verfeinern, (vgl. **Abbildung 1**).

In ihren Rezensionen loben Lernende diese Darstellung, freuen sich über aus ihrer Sicht gute Erklärungen und empfinden diese z.T. sogar „besser als die des Lehrers“, wie es manche ausdrücken (Klinger 2019).

Eine lange Diskussion

Photomath zeigt exemplarisch, dass die seit Jahren anhaltende Debatte um den Einsatz von CAS im Mathematikunterricht zu einer Zeit begann, als entsprechende Systeme Informatikräumen vorbehalten waren. Während Befürworter durch geeignete Aufgaben vor allem eine Verschiebung vom schematischen Rechnen zur Verständnisorientierung sehen, befürchten Gegner vor allem einen Verlust händischer Rechenfertigkeiten. Längst ist CAS jedoch in Form solcher und ähnlicher Apps lebensweltliche Realität vieler Schülerinnen und Schüler. Zwar lässt sich die App im Unterricht verbieten und an vielen Schulen herrscht unlängst ohnehin ein Smartphone-Verbot, jedoch entziehen sich Schülerinnen und Schüler in informellen Lernphasen der Kontrolle durch die Lehrkraft. Traditionell findet jedoch gerade innerhalb der Hausaufgaben oder der Vorbereitung auf Prüfungssituationen ein Großteil des mathematischen Übens statt. Ein generelles Verbot entsprechender Apps erweist sich also als zu kurz gedacht.

	Photomath-App auf Handy	Reguläres CAS-Handheld
Stärken	<ul style="list-style-type: none"> • schneller und intuitiver Input; • Schnelles operatives Durcharbeiten, indem Funktionsterme variiert werden; • Ausgabe der Lösungsschritte; • Aufzeichnung des Verlaufs • Kostenlos, schnell verfügbar und häufig aktualisiert 	<ul style="list-style-type: none"> • Vergleich zweier Funktionsgraphen • Vergleich Funktionsgraph und beispielsweise Graph der Ableitung • Aufzeichnung des Verlaufs
Schwächen	<ul style="list-style-type: none"> • CAS-Funktion eingebunden in Input-Output-Logik • Kein Vergleich von Funktionsgraphen bzw. des Graphs der Ableitung • Spezifische Schreibweise notwendig (z.B. „d/dx“) • Sammelt Daten (s. „Privacy Policy“ auf www.photomath.net) 	<ul style="list-style-type: none"> • Vergleichsweise umständliche Bedienung • Eingabe muss händisch erfolgen • Spezifische Rechner-schreibweise (z.B. „solve()“) • Selten Updates der Software

Photomath im Unterricht?

In vielen Bundesländern haben Schülerinnen und Schüler – gerade in der gymnasialen Oberstufe – ein Handheld (GTR, CAS). Möchte man Photomath unterrichtlich thematisieren, stellt sich daher die Frage, welche Vor- und Nachteile die App gegenüber den Handhelds hat. Diese sind in **Tabelle 1** dargestellt. Deutlich wird aus dieser Gegenüberstellung, dass auf das Vorhandensein von Apps wie Photomath reagiert werden sollte (Webel & Otten 2016), da sich Schülerinnen und Schüler ihre Stärken ohnehin zunutze machen. In der unbegleiteten Nutzung liegt jedoch die Gefahr, dass sich ein kalkülfokussiertes Mathematikbild verfestigt. Für den Unterricht gilt also: Entweder konstruiert man Aufgaben so, dass Photomath sie nicht lösen kann oder so, dass Photomath gezielt Lerngelegenheiten schafft. Photomath ist dazu konstruiert, Rechenaufgaben zu lösen. Dass zum Erlernen mathematischer Denk- und Arbeitsweisen aber mehr nötig ist, ist längst bekannt. Gerade die unterschiedlichen Ideen rund um das intelligente Üben zeigen auf, dass es

um mehr geht, als Rezepte anwenden zu können (z.B. Leuders 2009). Es sind ebensolche Aufgaben, die zum Nachdenken und Reflektieren anregen, bei denen Photomath keine große Hilfe darstellt. Hierzu zählt etwa das Stellen von Umkehraufgaben („Finde eine quadratische Gleichung, so dass...“) oder das Arbeiten mit unterschiedlichen Darstellungsformen („Skizziere den Graphen der Ableitung ohne den Term der Funktion zu kennen“).

Photomath bewusst nutzen

Um Photomath gezielt im Unterricht zu verwenden, sollte der Einsatz bewusst reflektiert werden, die Software aber auch ihre Stärken ausspielen dürfen. Wir wollen hierzu zwei Beispielaufgaben vorstellen: In **Aufgabe 1** sollen Lernende die gegebenen Gleichungen durch Photomath lösen lassen. Dies erfordert „funktionales Denken“, was Schülerinnen und Schülern häufig Probleme bereitet (Klinger 2018): Fasst man die jeweiligen Gleichungen als äquivalentes Nullstellenproblem eines Parabelgraphen auf, lässt sich die Lösung schnell ermitteln und begründen. An dieser Stelle wird also das schnelle operative Durcharbeiten

aller Ausdrücke gerade durch die einfache Kameraerkennung der App unterstützt und zudem der dargestellte Funktionsgraph eingebunden und thematisiert.

In **Aufgabe 2** sollen Lernende die Anwendungsbedingungen der Ableitungsregeln erkunden. Da Photomath Rechenschritte anzeigt, kann für Lernende deutlich werden, wann welche Ableitungsregel sinnvoll einzusetzen ist.

Fazit

Photomath ist ein beliebtes Tool vieler Schülerinnen und Schüler und kommt gerne im Bereich der Hausaufgaben zum Einsatz. Die Debatte um CAS scheint überholt: Spätestens mit Apps wie Photomath sollten „graue Päckchen“ zum monotonen Durchrechnen der Vergangenheit angehören! Im Vergleich zu „klassischen“ CAS bietet die App neue Features, die bei der Verwendung geeigneter Aufgaben ausgespielt und zu höherer Motivation und substanziellen Lernerfolgen führen können.

Literatur

- Klinger, M. (2018). Funktionales Denken beim Übergang von der Funktionenlehre zur Analysis: Entwicklung eines Testinstruments und empirische Befunde aus der gymnasialen Oberstufe. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Klinger (2019). „Besser als der Lehrer!“ – Potenziale CAS-basierter Smartphone-Apps aus didaktischer und Lernenden-Perspektive. In G. Pinkernell & F. Schacht (Hrsg.), Digitalisierung fachbezogen gestalten: Tagungsband der Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge. Hildesheim: Franzbecker.
- Leuders, T. (2009). Intelligent üben und Mathematik erleben. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker, H.-G. Weigand (Hrsg.), Mathemagische Momente (S. 130–143). Berlin: Cornelsen.
- Webel, C. & Otten, S. (2016). Teaching in a world with Photomath. *Mathematics Teacher*, 109(5), 368–373.

Beispielaufgabe 1

- 1) Wie viele Lösungen haben die folgenden Gleichungen? Löse sie mit Photomath.

$$(x + 2)^2 - 1 = 0$$

$$(x + 2)^2 + 2 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$
- 2) Betrachte jeweils auch den angezeigten Graphen. Welche Erklärung gibt es? Finde weitere Gleichungen mit keiner, einer oder zwei Lösungen. Kann es drei Lösungen geben?
- 3) Bestimme allgemein: Für welche Werte von p und q hat $(x + p)^2 - q = 0$ keine, eine oder zwei Lösungen?

Beispielaufgabe 2

- 1) Leite die Funktion $f(x) = (x^3 - \sqrt{x}) \cdot \frac{1}{x}$ mithilfe von Photomath ab.
- 2) Gebe weitere Funktionen an, die sich ähnlich wie $f(x)$ durch eine Kombination von Summen- und Quotientenregel ableiten lassen.
- 3) Wann sollte man zuerst die Summen-, wann zuerst die Quotientenregel anwenden? Finde für beide Situationen Beispiele und schaue, wie Photomath diese löst. Arbeitet Photomath sinnvoll?
- 4) Formuliere eine Regel, wann man in so strukturierten Ausdrücken zuerst die Quotientenregel anwenden sollte.